

5. Hausübung zur Einführung in die Mathematik

Abgabe: Bis Freitag, 11.12.2020, 10.00 Uhr, in Stud.IP, Ordner „Abgabe 5. Hausübung“

Hausübungen

H13: (umgekehrte Dreiecksungleichung) Zeigen Sie: Für $z, w \in \mathbb{C}$ gilt

$$||z| - |w|| \leq |z - w|.$$

Hinweis: Für $x \in \mathbb{R}$ und $r \geq 0$ ist $|x| \leq r$ genau dann, wenn $\pm x \leq r$.

H14: a) (p - q -Formel) Bestimmen Sie für $p, q \in \mathbb{R}$ die komplexen Lösungen der quadratischen Gleichung

$$z^2 + pz + q = 0$$

in Abhängigkeit von p, q . Welche Lösungen erhalten Sie für $z^2 - z + 1 = 0$?

Hinweis: Quadratische Ergänzung und G11.

b) Berechnen Sie die Lösungen der Gleichung $z^2 = i$ in \mathbb{C} .

H15: Es sei $n \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie:

a) Für $x, a > 0$ ist $|x - a| \geq |\sqrt[n]{x} - \sqrt[n]{a}| (\sqrt[n]{a})^{n-1}$.

Hinweis: Verwenden Sie Satz 2.17.

b) $x \mapsto \sqrt[n]{x}$ ist stetig auf $(0, \infty)$.