L. Frerick/J. Müller

SoSe 2019
21.05.2019

6. Hausübung zur Linearen Algebra

Abgabe: Bis Dienstag, 28.05.2019, 14.00 Uhr, im Kasten 11, E-Gebäude

H16: Es seien

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & 3 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad b = \begin{pmatrix} 10 \\ -6 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix}.$$

a) Bestimmen Sie eine LR-Zerlegung von A, d. h. finden Sie eine untere Dreiecksmatrix L mit Diagonalelementen 1, eine obere Dreiecksmatrix R und eine Permutationsmatrix P so, dass $PA = LR$.

b) Lösen Sie das Gleichungssystem $Ax = b$.

H17: Es sei $A \in K^{n\times n}$ invertierbar. Beweisen Sie:

a) Ist $A = BC$ mit $B, C \in K^{n\times n}$, so sind B und C invertierbar.

b) Ist $A = LR$ eine LR-Zerlegung, also L eine untere Dreiecksmatrix mit Diagonalelementen 1 und R eine obere Dreiecksmatrix, so sind L und R eindeutig bestimmt, d. h. ist $A = \tilde{L}\tilde{R}$ eine weitere solche Zerlegung, so gilt $L = \tilde{L}$ und $R = \tilde{R}$.

H18: Bringen Sie die Matrix

$$\begin{pmatrix} 0 & 9 & -3 & -4 & 5 & 15 \\ 2 & 5 & 1 & 3 & -2 & 0 \\ 2 & 8 & 0 & 3 & -1 & 6 \\ -4 & -13 & -1 & 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

auf Zeilenstufenform.